**Разбор самостоятельной работы по теме «Свойства систем счисления»**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант 1 | **Задание 1** (1 балл): Перевод числа из одной системы счисления в другую (упрощенная схема)   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | AB6704D | 27 | →? | 9 | |  | | | | | |
| **Задание 2** (2 балла): Проверка делимости   |  |  |  | | --- | --- | --- | | BA2243070 | 14 | 6370 ? | | **Задание 3** (2 балла): Найти ближайшее кратное   |  |  | | --- | --- | | a)3 (1 балл) | b)19110 (1 балл) | |

1. Основания СС 27=3**3** и 9=3**2** . Тогда перевод лучше выполнять через троичную СС, где каждая цифра 27-ричной СС соответствует 3-м, а 9-ричной СС – 2-м цифрам троичной.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A(10) | | | B(11) | | | 6 | | | 7 | | | 0 | | | 4 | | | D(13) | | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | | 1 | | 3 | | 6 | | 6 | | 2 | | 3 | | 0 | | 1 | | 4 | | 4 | |

2. Здесь используется делимость на «основание СС», «основание СС±1» и их делители.

Тогда заданный делитель 6370 должен быть кратен им: 6370=**14**[[1]](#footnote-1)∙7∙13∙5.

а) Число ⁞14, т.к. это основание СС и последняя цифра «0». Сократим оба числа:

BA224307 (делимое) и 455=7∙13∙5 (делитель).

b) Число ⁞7, т.к. ему кратно основание СС (14=2∙7), а последняя цифра «7».

с) Делитель 13=14-1, в этом случае делимость проверятся суммой цифр:

B+A+2+2+4+3+0+7=11+10+2+2+4+3+7=39 ⁞13 → число ⁞13.

d) 15=14+1=3∙5, тогда делимость проверим знакопеременной суммой цепочки цифр:

B-A+2-2+4-3+0-7=11-10+2-2+4-3+0-7=-5 → число ⁞5 (отметим, что число не кратно 3-м).

Число ⁞5, 7 и 13 и *эти числа взаимно простые* → делимость доказана.

3. a) В пункте «d)» предыдущего задания показано, что число не кратно 3, но по знакопе-ременному ряду можно найти ближайшее кратное, уменьшив или увеличив заданное число BA2243070. Получим два числа: 1) BA224307X и 2) BA224306Y

1)X-7+0-3+4-2+2-A+B=X-5=X-2-3, но 3⁞3 → X-2 должно быть ⁞3 → X=2 → BA2243072

2) Y-6+0-3+4-2+2-A+B=Y-4=Y-1-3, но 3⁞3 → Y-1 должно быть ⁞3 → Y=D → BA224306D

(ищем наименьшее BA224307X>BA2243070 и наибольшее BA224306Y<BA2243070, то есть X – наименьшая подходящая цифра, а Y–наибольшая)→**BA224306D–ближе к BA2243070**.

b)19110=14∙7∙13∙15 → в конце - 0 (⁞14), а перед ним-0 или 7 (сократив на 14, имеем ⁞7). Кратность 13 и 15 – обеспечим суммой и знакопеременной суммой цифр. Имеем числа:

1) BA224XY70 и 2) BA224XY00 (цифры X и Y выбираем по суммам)

1) B+A+2+2+4+X+Y+7=36+X+Y=39-3+X+Y, но 39⁞13 → X+Y-3 ⁞13, тогда X+Y=3 или X+Y=16.

B-A+2-2+4-X+Y-7=Y-X-2 ⁞15 → Y-X=2 (1 вариант). Получили две системы уравнений:

, целые числа только у 2-й из них: X=7, Y=9 → BA2247970

2) B+A+2+2+4+X+Y+0=29+X+Y=26+3+X+Y → X+Y+3 ⁞13 → X+Y=10 или X+Y=23.

B-A+2-2+4-X+Y-0=Y-X+5 ⁞ 15 → X-Y=5 или Y-X=10. Получили 4 системы уравнений:

, , ,

целочисленные корни только у первой из них: X=0, Y=A(10) → BA2240A00.

BA2243070-BA2240A00=2470, BA2247970-BA2243070=4900 → **BA2240A00** – ближайшее

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант 2 | **Задание 1** (1 балл): Перевод числа из одной системы счисления в другую (упрощенная схема)   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | B6E614C | 27 | →? | 9 | |  | | | | | |
| **Задание 2** (2 балла): Проверка делимости   |  |  |  | | --- | --- | --- | | BA4257300 | 15 | 9450 ? | | **Задание 3** (2 балла): Найти ближайшее кратное   |  |  | | --- | --- | | 1)4 | 2)37800 | |

1. Основания СС 27=3**3** и 9=3**2** . Тогда перевод лучше выполнять через троичную СС, где каждая цифра 27-ричной СС соответствует 3-м, а 9-ричной СС – 2-м цифрам троичной.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B(11) | | | 6 | | | E(14) | | | 6 | | | 1 | | | 4 | | | C(12) | | |
| 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 1 | 1 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | | 2 | | 2 | | 1 | | 5 | | 2 | | 0 | | 1 | | 1 | | 4 | | 3 | |

2. Здесь используется делимость на «основание СС», «основание СС±1» и их делители.

В этом случае заданный делитель 9450 должен быть кратен им: 9450=152∙7∙3∙2.

а) Число ⁞152, т.к. 15-основание СС и последние цифры 00. Сократив оба числа, получим: BA42573 (делимое) и 42=7∙3∙2=14∙3 (делитель).

b) Число ⁞3, т.к. ему кратно основание СС (15=5∙3) и последняя цифра «3».

с) Делитель 14=15-1, следовательно, делимость проверяем суммой цифр:

B+A+4+2+5+7+3=11+10+4+2+5+7+3=42 ⁞14 → число ⁞14.

Число ⁞152, а затем, после сокращения, ⁞14 и 3 → делимость доказана.

3. a) 16=15+1=4∙4, тогда ⁞4 проверим знакопеременной суммой цепочки цифр:

B-A+4-2+5-7+3=11-10+4-2+5-7+3=4 ⁞4 → **заданное число ⁞4 – ничего изменять не надо**.

b) 37800=152∙3∙8∙7→в конце числа может быть 00 (⁞152), а перед ним- 0 , 3, 6, 9 или C (число ⁞3 после сокращения на 152). Делимости на 7 и 8 - по сумме и знакопеременной сумме цифр. Имеем числа вида: BA425XY00 (X и Y выбираем по суммам, причем Y=0, 3, 6, 9 и C).

I) B+A+4+2+5+X+0=32+X → X+28+4 ⁞7, но 28⁞7 → X+4 ⁞7 → X= 3, A(10).

B-A+4-2+5-X+0=8-X ⁞8 → X=0, 8 – для Y=0 cистема несовместна

II) B+A+4+2+5+X+3=35+X ⁞7 → X=0, 7, E(14)

B-A+4-2+5-X+3=11-X ⁞8 → X=3, B(11) – для Y=3 система несовместна

III) B+A+4+2+5+X+6=38+X → X+35+3 ⁞7 → X+3 ⁞7 → X=4, B(11).

B-A+4-2+5-X+6=8+6-X ⁞8 → 6-X ⁞8 → X=6, E(14) – для Y=6 система несовместна

IV) B+A+4+2+5+X+9=41+X → X+42-1 ⁞7 → X-1 ⁞7 → X=**1**, 8, D(13)

B-A+4-2+5-X+9=17-X=16+1-X ⁞8 → 1-X ⁞8 → X=**1**, 9 - **совместна при X=1, (Y=9)**

V) B+A+4+2+5+X+C=42+2+X → X+2 ⁞7 → X=5, **C(12)**

B-A+4-2+5-X+C=20-X=16+4-X ⁞8 → 4-X ⁞8 → X=4, **C(12)** - **совместна при X=C, (Y=C)**

Имеем 2 решения: **BA4251900** и **BA425CC00**. Найдем ближайшее к BA4257300: (BA425CC00- BA4257300=5900, BA4257300 - BA4251900 = 5900 – решения равнозначны)

Возможны также решения вида BA424XY00 и BA426XY00. Найдем минимальные возможные расстояния от заданного числа:

BA4257300 - BA424EC00=7600 (>5900), BA4260000 - BA4257300=7C00 (>5900).

Следовательно, найденные решения являются ближайшими к заданному числу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант 3 | **Задание 1** (1 балл): Перевод числа из одной системы счисления в другую (упрощенная схема)   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | FH932K4 | 27 | →? | 9 | |  | | | | | |
| **Задание 2** (2 балла): Проверка делимости   |  |  |  | | --- | --- | --- | | HC2245090 | 18 | 52326 ? | | **Задание 3** (2 балла): Найти ближайшее кратное   |  |  | | --- | --- | | 1)4 | 2)104652 | |

1. Основания СС 27=3**3** и 9=3**2** . Тогда перевод лучше выполнять через троичную СС, где каждая цифра 27-ричной СС соответствует 3-м, а 9-ричной СС– 2-м цифрам троичной.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | F(15) | | | H(17) | | | 9 | | | 3 | | | 2 | | | K(20) | | | 4 | | |
| 0 | 1 | 2 | 0 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 2 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | | 6 | | 5 | | 7 | | 0 | | 1 | | 0 | | 2 | | 6 | | 6 | | 4 | |

2. Здесь используется делимость на «основание СС», «основание СС±1» и их делители.

В этом случае заданный делитель 52326 должен быть кратен им: 52326=18∙9∙17∙19.

а) Число ⁞18, т.к. это основание СС и последняя цифра «0». Сократив оба числа, получим: HC224509 (делимое) и 2907=9∙17∙19 (делитель).

b) Число ⁞9, т.к. ему кратно основание СС (18=9∙2) и последняя цифра «9».

с) Делитель 17=18-1, следовательно, делимость проверяем суммой цифр:

H+C+2+2+4+5+0+9=17+12+2+2+4+5+9=51 ⁞17 → число ⁞17.

d) 19=18+1, тогда делимость проверим знакопеременной суммой цепочки цифр:

H-C+2-2+4-5+0-9=17-12+2-2+4-5+0-9=-5 → число не ⁞19 → число не ⁞52326.

3[[2]](#footnote-2). a) Заданное число можно представить суммой: 0+9∙18+0∙182+5∙183+… Все слагаемые, начиная с 3-го, ⁞4, **тогда достаточно, чтобы число из последних двух цифр было ⁞4**:

Число 90=9∙18=2∙9∙9 не ⁞4. Но следующее чётное: 92=9∙18+2=2∙(9∙9+1)=4∙41 ⁞4.

Ответ: **HC2245092** – ближайшее ⁞4.

b)104652=182∙17∙19 → в конце числа 00 (⁞182). Сократим на 182 делимое и делитель:

HC2245090 → HC2245?00 → HC2245? → HC224XY (заменили последние 2 цифры на X и Y)

Делимости на 17 и 19 - по сумме и знакопеременной сумме цифр.

H+C+2+2+4+X+Y=17+12+8+X+Y=34+3+X+Y но 34⁞17→ X+Y+3 ⁞17, → X+Y=14 или X+Y=31.

H-C+2-2+4-X+Y=9+Y-X ⁞19 → X-Y=9, Y-X=10. Получили 4 системы уравнений:

, , ,

Подходящие X, Y только у 2-й из них: X=2, Y=С(12) → **HC2242С00** – искомое.

Это число меньше заданного на: HC2245090- HC2242С00=2690 (основание СС=18)

Возможны также решения вида HC225XY00 и HC223XY00. Найдем минимальные возможные расстояния от заданного числа:

HC2250000 - HC2245090=CH90 (>2690), HC2245090 - HC223HH00=5190 (>2690)

Следовательно, найденное решение являются ближайшими к заданному числу.

*Во всех примерах кратность сумм приводила к ограниченным системам уравнений, поскольку цифры числа принадлежат отрезку [0, «основание СС-1»].*

Задание для проверки знания изученных технологий (пробная самостоятельная работа)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант А | **Задание 1** (1 балл): Перевод числа из одной системы счисления в другую (упрощенная схема)   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 3FG9230K4 | 27 | →? | 9 | |  | | | | | |
| **Задание 2** (2 балла): Проверка делимости   |  |  |  | | --- | --- | --- | | 93JE0 | 21 | 8085 ? | | **Задание 3** (2 балла): Найти ближайшее кратное   |  |  | | --- | --- | | 1)20 | 2)13860 | |

Задание выполняется на уроке! После окончания урока фотография (или несколько фотографий) решения отправить в мой Email: [LEOMTL@MAIL.RU](mailto:LEOMTL@MAIL.RU), указав в разделе «Тема» фамилию и класс. Там же можно написать свои вопросы для меня.

Если я не получаю файл, то считаю, что ученик на уроке не работал!

Если хотите придумать свои задания, то можете воспользоваться программой перевода числа из десятичной системы счисления в заданную, текст которой приведен ниже:

{PascalABC.NET}

**begin**

**var** t:='0123456789ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ';

**var** x:=readlninteger('Введи исходное число в десятичной системе счисления:');

**var** y:=readlninteger('Введи основание новой системы счисления (<37):');

**var** s:string;

**while** x>0 **do begin**

s:=t[x **mod** y+1]+s;

x:=x **div** y;

**end**;

writeln(s);

**end**.

1. Важно, что «14», а не «2⋅7», поскольку это основание системы счисления – здесь есть отдельная проверка с сокращением [↑](#footnote-ref-1)
2. Здесь показан еще один подход при определении делимости, основанный на свойствах СС с чётным основанием… [↑](#footnote-ref-2)