

Вариант 1

В заданиях используются следующие соглашения.

1. Обозначения для логических связок (операций):

- а) *отрицание* (инверсия, логическое НЕ) обозначается $\neg$ (например, $\neg A$);
- б) *конъюнкция* (логическое умножение, логическое И) обозначается $\wedge$ (например, $A \wedge B$) либо $\&$ (например, $A \& B$);
- в) *дизъюнкция* (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается $\vee$ (например, $A \vee B$) либо $|$ (например, $A | B$);
- г) *следование* (импликация) обозначается $\rightarrow$ (например, $A \rightarrow B$);
- е) *тождество* обозначается $\equiv$ (например, $A \equiv B$); выражение $A \equiv B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);
- ф) символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 – для обозначения лжи (ложного высказывания).

2. Два логических выражения, содержащие переменные, называются *равносильными* (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения $A \rightarrow B$ и $(\neg A) \vee B$ равносильны, а $A \vee B$ и $A \wedge B$ неравносильны (значения выражений разные, например, при $A = 1, B = 0$).

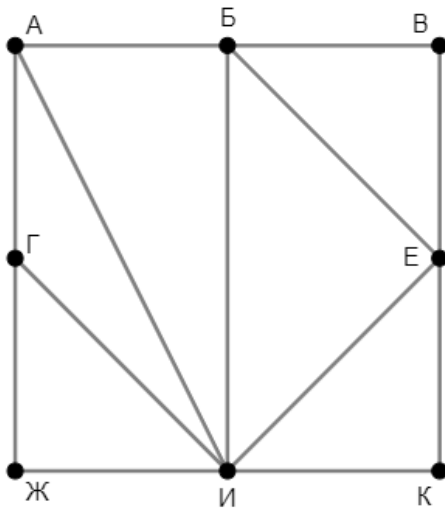
3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом, $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$ означает то же, что и $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$.

Возможна запись $A \wedge B \wedge C$ вместо $(A \wedge B) \wedge C$. То же относится и к дизъюнкции: возможна запись $A \vee B \vee C$ вместо $(A \vee B) \vee C$.

4. Обозначения Мбайт и Кбайт используются в традиционном для информатики смысле – как обозначения единиц измерения, чьё соотношение с единицей «байт» выражается степенью двойки.

1

На рисунке схема дорог изображена в виде графа, в таблице звёздочкой отмечено наличие дороги между двумя населёнными пунктами. Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Кроме того, при заполнении таблицы одну дорогу случайно пропустили. Определите два населённых пункта, дорога между которыми есть на графе, но не отмечена в таблице. В ответе запишите номера этих пунктов в таблице в порядке возрастания, без разделителей между ними, как двузначное число. Например, если бы в таблице была пропущена дорога между пунктами П1 и П2, в ответе следовало бы написать число 12.



	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
П1		*					*	*
П2	*						*	
П3				*			*	
П4			*		*	*		
П5				*		*	*	*
П6				*	*			
П7	*	*	*		*			*
П8	*				*		*	

Ответ: _____.

2

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(w \equiv \neg(z \equiv y)) \wedge (z \equiv (y \rightarrow x))$$

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F .

???	???	???	???	F
	0	0		1
	0		0	1
			0	1

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть заданы выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе нужно написать: yx .

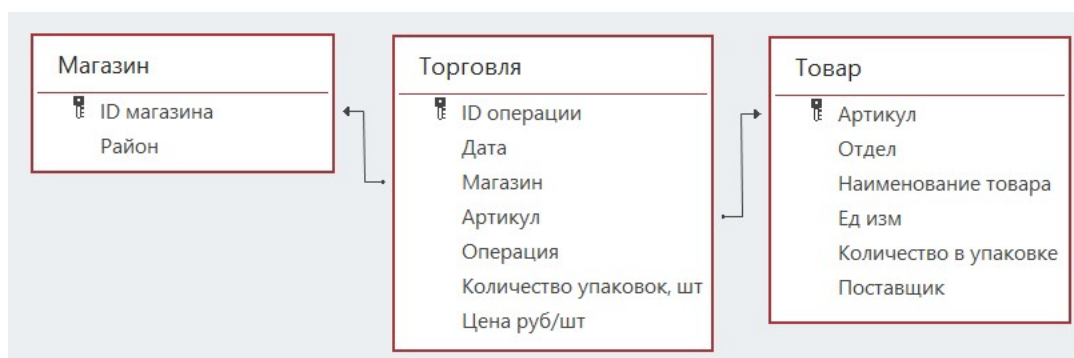
Ответ: _____.

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

- 3** В файле приведён фрагмент базы данных «Продукты», содержащей информацию о поставках товаров и их продаже. База данных состоит из трёх таблиц.

Таблица «Торговля» содержит записи о поставках и продажах товаров в магазинах города в июне 2021 г. Таблица «Товар» содержит данные о товарах. Таблица «Магазин» содержит данные о магазинах.

На рисунке приведена схема базы данных, содержащая все поля каждой таблицы и связи между ними.



Используя информацию из приведённой базы данных, определите, в магазины какого района Молокозавод №1 поставил с 4 по 6 июня товаров на наибольшую сумму.

В ответе запишите число – найденное значение наибольшей суммы в рублях.

Ответ: _____.

- 4** Все заглавные буквы русского алфавита закодированы неравномерным двоичным кодом, в котором никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Кодовые слова для некоторых букв известны: Э – 1111, К – 1001, З – 1000, А – 11100, М – 110, Е – 011, Н – 00. Какое наименьшее количество **единиц** может содержать код слова ЗАДАЧА?

Ответ: _____.

5

Алгоритм получает на вход натуральное число N и строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N .
2. Если в двоичной записи числа N нулей больше, чем единиц, то самый **левый** ноль заменяется на единицу. В противном случае самая **правая** единица заменяется на ноль.
3. Результат переводится в десятичную систему счисления.
4. Результатом работы алгоритма становится модуль разности исходного числа N и числа, полученного на предыдущем шаге.

Пример 1. Дано число $N = 17$. Алгоритм работает следующим образом.

1. Строим двоичную запись числа N : $17_{10} = 10001_2$.
2. В полученном двоичном числе нулей больше, заменяем самый левый ноль: $10001 \rightarrow 11001$.
3. Переводим в десятичную систему: $11001_2 = 25_{10}$.
4. Вычисляем модуль разности: $|17 - 25| = 8$.

Пример 2. Дано число $N = 28$. Алгоритм работает следующим образом.

1. Строим двоичную запись числа N : $28_{10} = 11100_2$.
2. В полученном двоичном числе нулей не больше, заменяем самую правую единицу: $11100 \rightarrow 11000$.
3. Переводим в десятичную систему: $11000_2 = 24_{10}$.
4. Вычисляем модуль разности: $|28 - 24| = 4$.

Результат работы алгоритма $R = 4$.

При каком наименьшем N , не превышающем 10^9 , в результате работы алгоритма получится наибольшее значение R ?

Ответ: _____.

6

Исполнитель Чертёжник передвигается по плоскости и оставляет след в виде линии. Чертёжник может выполнять две команды: **Точка** (x, y) (x и y – числа) и **Вектор** (a, b) (a и b – числа). По команде **Точка** (x, y) Чертёжник перемещается в точку с координатами (x, y) . По команде **Вектор** (a, b) Чертёжник смещается на вектор (a, b) , то есть переходит из точки с координатами (x, y) в точку с координатами $(x + a, y + b)$.

В начальный момент Чертёжник находится в начале координат.

Чертёжник выполнил следующую программу:

Вектор $(3, 1)$ **Вектор** $(-2, 6)$ **Точка** $(0, 0)$

Определите площадь фигуры, полученной при этом построении. В ответе запишите целую часть числа, полученного при умножении найденной площади на 100.

Ответ: _____.

- 7** В информационной системе музея каждый экспонат представлен фотографией и описанием. Фотографии имеют размер 1920×1080 пикселей и палитру из 2^{24} цветов. При сохранении фотографии сжимаются, их размер уменьшается в среднем на 80%. Известно, что информация о 600 экспонатах занимает в системе 750 Мбайт. Сколько Кбайт в среднем занимает описание одного экспоната? Ответ округлите до целого числа.

Ответ: _____.

- 8** Сколько существует натуральных чисел, запись которых в системе счисления с основанием 12 содержит не менее двух цифр, и при чтении числа слева направо каждая следующая цифра оказывается строго больше предыдущей?

Ответ: _____.

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

- 9** В каждой строке электронной таблицы записаны восемь натуральных чисел. Число в строке считается заметным, если оно строго больше среднего арифметического всех чисел строки. Определите количество строк таблицы, для которых одновременно выполнены следующие условия:
- количество заметных чётных чисел в строке больше количества заметных нечётных чисел в строке;
 - сумма всех чётных чисел строки меньше суммы всех нечётных чисел строки.

Ответ: _____.

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

- 10** Определите, сколько раз в главе 3 повести братьев Стругацких «Трудно быть богом» встречается сочетание букв «из» не как отдельное слово и не как начало слова. Например, «из» в слове «жизнь» надо учитывать, а в словах «изз» и «изба» – не надо.

Ответ: _____.

- 11** Для передачи зашифрованных сообщений используется специальный алфавит из 800 символов. Сообщения передаются двоичным кодом, при этом используется равномерное посимвольное кодирование, каждый символ кодируется одинаковым для всех символов минимальным числом бит, а сообщение в целом – минимально возможным числом байт. При передаче сообщение делится на группы размером не более 11 байт и к каждой такой группе добавляется заголовок из 1 байта. Суммарный размер сообщения при передаче должен быть не более 2 Кбайт. Какое наибольшее количество символов может входить в одно сообщение?

Ответ: _____.

- 12** Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразует её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

А) **заменить** (v, w).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Например, выполнение команды

заменить (111, 27)

преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки v , то выполнение команды **заменить** (v, w) не меняет эту строку.

Б) **нашлось** (v).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Дана программа для Редактора:

НАЧАЛО

ПОКА **нашлось** (111) ИЛИ **нашлось**(222)

заменить (111, 22)

заменить (222, 11)

заменить (11, 2)

заменить (22, 1)

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

Определите, сколько различных строк может получиться в результате применения этой программы к строкам, состоящим только из единиц.

Ответ: _____.

13 В терминологии сетей TCP/IP маской сети называется двоичное число, определяющее, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая – к адресу самого узла в этой сети. При этом в маске сначала (в старших разрядах) стоят единицы, а затем с некоторого места – нули. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному IP-адресу узла и маске.

Например, если IP-адрес узла равен 231.32.255.131, а маска равна 255.255.240.0, то адрес сети равен 231.32.240.0.

Известно, что для узла 129.0.2.176 количество единиц в двоичной записи адреса сети равно количеству единиц в двоичной записи номера узла в пределах сети.

Какое наибольшее число узлов, адреса которых обладают тем же свойством (включая уже названный), может быть в этой сети?

Ответ: _____.

14 В системе счисления с основанием p выполняется равенство $zx + xy = zyA$. Буквами x , y , и z обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием p . Определите значение числа xyz_p и запишите это значение в десятичной системе счисления.

Ответ: _____.

15 На числовой прямой даны три отрезка:

$P = [264952; 356809]$, $Q = [306963; 942523]$, $R = [792550; 970061]$.

Известно, что для некоторого отрезка A логическое выражение

$$(x \in Q) \rightarrow (((x \in P) \vee (x \in R)) \rightarrow (x \in A))$$

истинно (т.е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наименьшее возможное количество целочисленных точек, принадлежащих отрезку A .

Ответ: _____.

16 Обозначим через $a \% b$ остаток от деления натурального числа a на натуральное число b , а через $a // b$ – целую часть от деления a на b .

Функция $F(n)$, где n – неотрицательное целое число, задана следующими соотношениями:

$$F(n) = 0, \text{ если } n = 0;$$

$$F(n) = F(n // 10) + n \% 10, \text{ если } n > 0 \text{ и } n \text{ чётно};$$

$$F(n) = F(n // 10), \text{ если } n \text{ нечётно}.$$

Сколько существует таких натуральных чисел n , что $10^7 \leq n \leq 6 \cdot 10^7$ и $F(n) = 0$?

Ответ: _____.

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

17 Файл содержит последовательность натуральных чисел, не превышающих 100 000. Назовём тройкой три идущих подряд элемента последовательности. Определите количество троек, для которых выполняются следующие условия:

- в тройке есть хотя бы два четырёхзначных числа;
- в тройке есть число, последняя цифра которого совпадает с последней цифрой максимального элемента всей последовательности;
- в тройке нет чисел, последняя цифра которых совпадает с последней цифрой минимального элемента всей последовательности.

В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, затем максимальную величину суммы элементов этих троек.

Ответ:

--	--

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

18 Робот стоит в левом верхнем углу прямоугольного поля, в каждой клетке которого записано целое число. В некоторых клетках записано число -1 , в эти клетки роботу заходить нельзя. Для вашего удобства такие клетки выделены тёмным фоном. В остальных клетках записаны положительные числа.

За один ход робот может переместиться на одну клетку вправо или на одну клетку вниз.

В начальный момент робот обладает запасом энергии 1200 условных единиц. Расход энергии на запуск робота равен числу, записанному в стартовой клетке. В дальнейшем расход энергии на переход в каждую следующую клетку равен числу, записанному в этой клетке. Если оставшийся у робота запас энергии меньше записанного в клетке числа, робот не может перейти в эту клетку.

Задание 1. Определите максимальное количество шагов, которое может сделать робот.

Задание 2. Определите общее количество клеток поля, включая стартовую, в которые может попасть робот.

Исходные данные записаны в электронной таблице. В ответе запишите два числа: сначала ответ на задание 1, затем ответ на задание 2.

Ответ:

--	--

19 Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. Если количество камней в куче делится на целое k , то игрок может **добавить** в кучу k камней.

Например, если в куче 6 камней, то за один ход можно добавить 1, 2, 3 или 6 камней.

Игра завершается, когда количество камней в куче становится более 91. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 92 или больше камней.

В начале игры в куче было S камней, $S < 92$.

Укажите **минимальное** значение S , при котором Петя не может выиграть первым ходом, но при любом первом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Ответ: _____.

- 20** Для игры, описанной в задании 19, найдите **наименьшее** и **наибольшее** значения S , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но у Пети есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть вторым ходом при любой игре Вани.

В ответе запишите найденные значения в порядке возрастания.

Ответ:

--	--

- 21** Для игры, описанной в задании 19, найдите **минимальное** значение S , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: _____.

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

- 22** В компьютерной системе необходимо выполнить некоторое количество задач, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Для запуска некоторых задач необходимы данные, которые получаются как результаты выполнения другой задачи – поставщика данных. Если зависимая задача получает данные от другой задачи (поставщика данных), то выполнение зависимой задачи не может начаться раньше завершения задачи-поставщика. Длительность выполнения задачи не зависит от других параллельно выполняемых задач, приостановка выполнения не допускается. Для выполнения некоторых задач в системе необходимо запустить несколько параллельно выполняемых процессов. Все такие процессы запускаются в момент старта соответствующей задачи и заканчиваются в момент её завершения. В таблице представлены идентификатор (ID) каждой задачи, её длительность в секундах и количество процессов, а также ID поставщика данных для зависимых задач. Для независимых задач в качестве ID поставщика данных указан 0.

Одновременно может выполняться не более 5 процессов. Задача может стартовать только, если возможен запуск всех необходимых для этой задачи процессов. Например, если в какой-то момент времени выполняется 4 процесса, то можно начать выполнение задачи, требующей запуска одного процесса, но нельзя начать выполнение задачи, требующей запуска двух и более процессов. Если в какой-то момент к запуску готовы несколько задач, в первую очередь запускается задача с меньшим ID.

За какое время будут выполнены все задачи?

В ответе напишите число – требуемое время в секундах.

Ответ: _____.

23

Исполнитель преобразует число на экране.

У исполнителя есть две команды, которые обозначены буквами.

А. Прибавь 1

В. Умножь на 2

Программа для исполнителя – это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 3 в число 36, и при этом в процессе вычислений на экране ни разу не появляется цифра 2?

Ответ: _____.

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

24

Текстовый файл содержит строку, состоящую из цифр от 1 до 9, знаков операций «+», «-» и «*» (сложение, вычитание и умножение) и заглавных латинских букв A, B, C, D.

Назовём правильной суммой строку, содержащую последовательность из одного или более десятичных чисел, в которой перед первым числом нет знака, а между каждыми двумя соседними числами стоит ровно один знак «+» или «-» и нет других знаков.

Примеры правильных сумм: «23», «115+6», «1980+12-123-51+3».

Назовём результатом правильной суммы число, которое получится при выполнении записанных в соответствующей строке действий.

Например, результат правильной суммы «2+3» – число 5, а результат правильной суммы «1+2-8+3» – число -2.

Найдите в данной строке расположенную непосредственно после буквы C правильную сумму с наибольшим результатом.

В ответе запишите результат найденной суммы. Гарантируется, что ответ не превышает $2 \cdot 10^9$.

Ответ: _____.

25

Маска числа – это последовательность цифр, в которой могут встречаться специальные символы «?» и «*». Символ «?» означает ровно одну произвольную цифру, символ «*» означает произвольную (в том числе пустую) последовательность цифр.

Например, маске $123*4?5$ соответствуют числа 123405 и 12376415.

Найдите все натуральные числа, не превышающие 10^9 , которые соответствуют маске $4?28*8*3$ и при этом без остатка делятся на 9111.

В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания.

Ответ:

...

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

26

На складе предприятия имеются заготовки двух видов: А и В, у каждой заготовки есть размер, измеряемый в миллиметрах. Для производства одного изделия необходима одна заготовка типа А и одна заготовка типа В, при этом разность размеров этих заготовок должна быть не более 20 мм. Прибыль от продажи полученного изделия численно равна сумме размеров использованных заготовок.

Руководство предприятия хочет использовать имеющиеся заготовки так, чтобы получить максимальную прибыль. Определите, сколько изделий для этого нужно произвести и какая прибыль будет получена.

Входные данные

Первая строка входного файла содержит целое число N – общее количество изделий на складе. Каждая из следующих N строк содержит букву А или В, определяющую тип заготовки, и целое число – размер этой заготовки.

В ответе запишите два целых числа: сначала количество произведённых изделий, затем полученную прибыль.

Ответ:

--	--

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

27

В лаборатории проводится эксперимент, состоящий из множества испытаний. Результат каждого испытания представляется в виде пары чисел. Для визуализации результатов эта пара рассматривается как координаты точки на плоскости, и на чертеже отмечаются точки, соответствующие всем испытаниям.

По результатам эксперимента проводится кластеризация полученных результатов: на плоскости выделяется несколько кластеров – кругов радиуса не более 2 единиц так, что каждая точка попадает ровно в один кластер.

Центром кластера считается та из входящих в него точек, для которой минимально максимальное из расстояний до всех остальных точек кластера. При этом расстояние вычисляется по стандартной формуле расстояния между точками на евклидовой плоскости.

В файле записан протокол проведения эксперимента. Каждая строка файла содержит два числа: координаты X и Y точки, соответствующей одному испытанию. По данному протоколу надо определить минимальное расстояние между центрами двух различных кластеров.

Вам даны два входных файла (А и В), каждый из которых имеет описанную выше структуру.

В ответе запишите два числа: сначала минимальное расстояние между центрами кластеров для файла А, затем для файла В.

В качестве значения указывайте целую часть от умножения найденного числового значения на 10 000.

Ответ:

--	--